

Biometrieübung 8

Chi-Quadrat-Test

Aufgabe

1. χ^2 -Anpassungstest

In einem Pflanzgarten wird die Höhe von 75 zufällig ausgewählten Buchen gemessen. Prüfen Sie mit einem Chi-Quadrat-Test, ob die Stichprobe aus einer normalverteilten Population stammt.

H_0 : Die Stichprobe stammt aus einer normalverteilten Population

H_A : Die Stichprobe stammt nicht aus einer normalverteilten Population

Höhen- klasse [cm]	Klassen- mitte [cm] (x_i)	Beobachtete Häufigkeit (f_i)	$f_i x_i$ [cm]	$f_i x_i^2$ [cm ²]	P_i	Erwartete Häufigkeit (\hat{f}_i)	$\frac{(f_i - \hat{f}_i)^2}{\hat{f}_i}$
<62.5		0					
62.5...<63.5	63	1					
63.5...<64.5	64	2					
64.5...<65.5	65	4					
65.5...<66.5	66	3					
66.5...<67.5	67	6					
67.5...<68.5	68	7					
68.5...<69.5	69	6					
69.5...<70.5	70	8					
70.5...<71.5	71	12					
71.5...<72.5	72	8					
72.5...<73.5	73	9					
73.5...<74.5	74	3					
74.5...<75.5	75	3					
75.5...<76.5	76	2					
76.5...<77.5	77	1					
≥ 77.5		0					

Freiheitsgrade (FG oder ν)	Schranken der χ^2-Verteilung für $\alpha = 0,05$
6	12,59
7	14,07
8	15,51
9	16,92
10	18,31
11	19,68
12	21,03
13	22,36
14	23,68
15	25,00
16	26,30

Die Tabelle ist auszugsweise SACHS, "Angewandte Statistik" entnommen.

Letzte Änderung: 15.07.1999

Kontakt: [Wolfgang Stümer](#)



Biometrieübung 8

Chi-Quadrat-Test

Lösung

1. χ^2 - Anpassungstest

H_0 : Die Stichprobe stammt aus einer normalverteilten Population

H_A : Die Stichprobe stammt nicht aus einer normalverteilten Population

Höhen- klasse [cm]	Klassen- mitte [cm] (x_i)	Beobachtete Häufigkeit (f_i)	$f_i x_i$ [cm]	$f_i x_i^2$ [cm ²]	P_i	Erwartete Häufigkeit (\hat{f}_i)	$\frac{(f_i - \hat{f}_i)^2}{\hat{f}_i}$
<62,5		0			0,00714	0,5355	0,5355
62,5...<63,5	63	1	63	3969	0,00945	0,7088	0,1196
63,5...<64,5	64	2	128	8192	0,01856	1,3920	0,2656
64,5...<65,5	65	4	260	16900	0,03296	2,4720	0,9445
65,5...<66,5	66	3	198	13068	0,05289	3,9668	0,2356
66,5...<67,5	67	6	402	26934	0,07666	5,7495	0,0109
67,5...<68,5	68	7	476	32368	0,10040	7,5300	0,0373
68,5...<69,5	69	6	414	28566	0,11877	8,9078	0,9492
69,5...<70,5	70	8	560	39200	0,12697	9,5228	0,2435
70,5...<71,5	71	12	852	60492	0,12260	9,1950	0,8557
71,5...<72,5	72	8	576	41472	0,10697	8,0228	0,0001
72,5...<73,5	73	9	657	47961	0,08432	6,3240	1,1323
73,5...<74,5	74	3	222	16428	0,06005	4,5038	0,5021
74,5...<75,5	75	3	225	16875	0,03863	2,8973	0,0036
75,5...<76,5	76	2	152	11552	0,02245	1,6838	0,0594
76,5...<77,5	77	1	77	5929	0,01179	0,8843	0,0151
$\geq 77,5$		0			0,00939	0,7043	0,7043
Σ		n = 75	5262	369906			
Mittelwert =			70,16				
Varianz =			9,7849				
Standardabweichung =			3,1281				

Höhen- klasse [cm]	Klassen- mitte [cm] (x_j)	Beobachtete Häufigkeit (f_j)	Erwartete Häufigkeit (\hat{f}_j)	$\frac{(f_j - \hat{f}_j)^2}{\hat{f}_j}$
<62,5				
62,5...<63,5	63			
63,5...<64,5	64			
64,5...<65,5	65			
65,5...<66,5	66	10	9,0751	0,0943
† Die Klassen werden zusammengefaßt, da die erwarteten Häufigkeiten der einzelnen Klassen < 5 sind (siehe Tabelle oben).				
66,5...<67,5	67	6	5,7495	0,0109
67,5...<68,5	68	7	7,5300	0,0373
68,5...<69,5	69	6	8,9078	0,9492
69,5...<70,5	70	8	9,5228	0,2435
70,5...<71,5	71	12	9,1950	0,8557
71,5...<72,5	72	8	8,0228	0,0001
72,5...<73,5	73	9	6,3240	1,1323
‡ Die Klassen werden zusammengefaßt, da die erwarteten Häufigkeiten der einzelnen Klassen < 5 sind (siehe Tabelle oben).				
73,5...<74,5	74	9	10,6735	0,2624
74,5...<75,5	75			
75,5...<76,5	76			
76,5...<77,5	77			
$\geq 77,5$				
				$\hat{\chi}^2 = 3,5857$

Freiheitsgrade (FG) = $k-1-r = 9 - 1 - 2 = 6$

$$\chi_{0,05;6}^2 = 12,59$$

Da $\hat{\chi}^2 < \chi_{0,05;6}^2$ ist, wird die Nullhypothese **nicht** abgelehnt. Die Stichprobe stammt aus einer normalverteilten Population.

Letzte Änderung: 22.07.1999

Kontakt: [Wolfgang Stümer](#)



Biometrieübung 8

Chi-Quadrat-Test

Formeln

Inhalt

[Chi-Quadrat-Anpassungstest](#)

[Tabelle der Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung](#)

[Tabelle der Signifikanzschranken der Chi-Quadrat-Verteilung](#)

χ^2 - Anpassungstest

Eine rechnerische Methode zur Beurteilung, ob eine vorgegebene Stichprobe aus einer normalverteilten Grundgesamtheit stammt, ist der Chi-Quadrat-Test, entwickelt von K. Pearson. Dieses statistische Prüfverfahren vergleicht die beobachtete empirische Verteilung der Stichprobe, gegeben durch die absoluten oder relativen Häufigkeiten oder auch durch die relativen Summenhäufigkeiten einer in Klassen eingeteilten Meßreihe, mit einer angenommenen theoretischen Verteilung der dazugehörigen Grundgesamtheit. Dazu stellt man über das unbekannte Wahrscheinlichkeitsgesetz $F(x)$ der Grundgesamtheit eine Hypothese auf und prüft diese an Hand einer geeigneten Testgröße, die die Abweichung zwischen empirischer und theoretischer Verteilung zum Ausdruck bringt, auf Ablehnung oder Annahme. Da die statistische Hypothese die gesamte unbekannte Verteilungsfunktion $F(x)$ und nicht nur einzelne ihrer Parameter betrifft, spricht man von einem nichtparametrischen (oder verteilungsfreien) Prüfverfahren und im vorliegenden Fall auch von einem Anpassungstest (STORM).

Wenn der Mittelwert und die Varianz der Grundgesamtheit nicht gegeben sind, müssen sie aus der Stichprobe geschätzt werden.

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{n}$$

$$s^2 = \frac{\sum f_i x_i^2 - \frac{(\sum f_i x_i)^2}{n}}{n - 1}$$

$$s = \sqrt{s^2}$$

f_i = Beobachtete Häufigkeit

x_i = Klassenmitte

Die aufgestellten Hypothesen lauten:

H_0 : Die Stichprobe stammt aus einer normalverteilten Population

H_A : Die Stichprobe stammt nicht aus einer normalverteilten Population

Mit Hilfe der Schätzwerte $\mu \approx \bar{x}$ und $\sigma^2 \approx s^2$ kann man die erwarteten Häufigkeiten nach dem in der folgenden Tabelle angegebenen Schema berechnen.

(Mittelwert = 70,16; Standardabweichung = 3,1281; n = 75)

Klassengrenzen	Klassenmitte (x_i)	Beobachtete Häufigkeit f_i	$z_i = \frac{o_i - \bar{x}}{s}$	$\phi(z_i)$	$P_i = \phi(z_i) - \phi(z_{i-1})$	Erwartete Häufigkeit $\hat{f}_i = n \cdot P_i$
<62,5		0	-2,45	0,00714	0,00740	0,5355
62,5...<63,5	63	1	-2,13	0,01659	0,00945	0,7088
63,5...<64,5	64	2	-1,81	0,03515	0,01856	1,3920
64,5...<65,5	65	4	-1,49	0,06811	0,03296	2,4720
65,5...<66,5	66	3	-1,17	0,12100	0,05289	3,9668
66,5...<67,5	67	6	-0,85	0,19766	0,07666	5,7495
...
...

o_i = obere Klassengrenze der i-ten Klasse

z_i = Standardisierung der normalverteilten oberen Klassengrenze der i-ten Klasse

$\phi(z_i)$ = Wahrscheinlichkeit der standardisierten Normalverteilung (wird aus Tabelle der Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung entnommen)

P_i = Wahrscheinlichkeit für die i-te Klasse

\hat{f}_i = Erwartete Häufigkeit der i-ten Klasse

P_i ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die betrachtete Zufallsgröße x der Grundgesamtheit in die i-te Klasse fällt, d.h. x zwischen der unteren und oberen Klassengrenze der i-ten Klasse liegt unter der Voraussetzung, daß die Hypothese H_0 zutrifft, x also normalverteilt ist.

Damit die Testgröße näherungsweise eine Chi-Quadrat-Verteilung besitzt, dürfen die erwarteten

Häufigkeiten \hat{f}_i nicht zu klein sein. Als Faustregel soll die Beziehung $\hat{f}_i \geq 5$ für alle Klassen gelten, d.h., keine der erwarteten Häufigkeiten darf kleiner als 5 sein. Ist für einige Klassen die Forderung

$\hat{f}_i \geq 5$ verletzt, so müssen benachbarte Klassen zusammengefaßt werden (STORM).

In unserem Beispiel müßten die ersten 5 Klassen zusammengefaßt werden.

Klassengrenzen	Beobachtete Häufigkeit f_i	Erwartete Häufigkeit \hat{f}_i	$\frac{(f_i - \hat{f}_i)^2}{\hat{f}_i}$
----------------	------------------------------	----------------------------------	---

<66,5	10	9,0751	0,0943
66,5...<67,5	6	5,7495	0,0109
...
...
			$\hat{\chi}^2 = \sum \frac{(f_i - \hat{f}_i)^2}{\hat{f}_i}$

Nach der Wahl der Irrtumswahrscheinlichkeit α (Beispiel $\alpha = 0,05$) entnimmt man der Tabelle der

Chi-Quadrat-Verteilung die Schranke $\chi_{\alpha,FG}^2$.

Die Freiheitsgrade (FG oder ν) ergibt sich aus der Anzahl Klassen $k - 1 - r$, wobei r die Anzahl der geschätzten Parameter ist (Beispiel: Mittelwert und Varianz geschätzt, damit $r = 2$).

Gilt für die berechnete Testgröße $\hat{\chi}^2$ die Ungleichung $\hat{\chi}^2 \geq \chi_{\alpha,FG}^2$, so wird H_0 abgelehnt, für

$\hat{\chi}^2 < \chi_{\alpha,FG}^2$ erfolgt keine Ablehnung, d.h., die Abweichung zwischen erwarteter und beobachteter Häufigkeit ist nicht signifikant, und es besteht kein Widerspruch zu der Annahme, daß die Stichprobe aus der durch H_0 festgelegten Grundgesamtheit stammt.

Letzte Änderung: 20.09.1999

Kontakt: [Wolfgang Stümer](#)



Biometrieübung 8

Chi-Quadrat-Test

Tabelle der Verteilungsfunktion $\Phi(x)$ der normierten Normalverteilung (linksseitig)

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
-4,0	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00003	0,00002	0,00002	0,00002	0,00002
-3,9	0,00005	0,00005	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00004	0,00003	0,00003
-3,8	0,00007	0,00007	0,00007	0,00006	0,00006	0,00006	0,00006	0,00005	0,00005	0,00005
-3,7	0,00011	0,00010	0,00010	0,00010	0,00009	0,00009	0,00008	0,00008	0,00008	0,00008
-3,6	0,00016	0,00015	0,00015	0,00014	0,00014	0,00013	0,00013	0,00012	0,00012	0,00011
-3,5	0,00023	0,00022	0,00022	0,00021	0,00020	0,00019	0,00019	0,00018	0,00017	0,00017
-3,4	0,00034	0,00032	0,00031	0,00030	0,00029	0,00028	0,00027	0,00026	0,00025	0,00024
-3,3	0,00048	0,00047	0,00045	0,00043	0,00042	0,00040	0,00039	0,00038	0,00036	0,00035
-3,2	0,00069	0,00066	0,00064	0,00062	0,00060	0,00058	0,00056	0,00054	0,00052	0,00050
-3,1	0,00097	0,00094	0,00090	0,00087	0,00084	0,00082	0,00079	0,00076	0,00074	0,00071
-3,0	0,00135	0,00131	0,00126	0,00122	0,00118	0,00114	0,00111	0,00107	0,00104	0,00100
-2,9	0,00187	0,00181	0,00175	0,00169	0,00164	0,00159	0,00154	0,00149	0,00144	0,00139
-2,8	0,00256	0,00248	0,00240	0,00233	0,00226	0,00219	0,00212	0,00205	0,00199	0,00193
-2,7	0,00347	0,00336	0,00326	0,00317	0,00307	0,00298	0,00289	0,00280	0,00272	0,00264
-2,6	0,00466	0,00453	0,00440	0,00427	0,00415	0,00402	0,00391	0,00379	0,00368	0,00357
-2,5	0,00621	0,00604	0,00587	0,00570	0,00554	0,00539	0,00523	0,00508	0,00494	0,00480
-2,4	0,00820	0,00798	0,00776	0,00755	0,00734	0,00714	0,00695	0,00676	0,00657	0,00639
-2,3	0,01072	0,01044	0,01017	0,00990	0,00964	0,00939	0,00914	0,00889	0,00866	0,00842
-2,2	0,01390	0,01355	0,01321	0,01287	0,01255	0,01222	0,01191	0,01160	0,01130	0,01101
-2,1	0,01786	0,01743	0,01700	0,01659	0,01618	0,01578	0,01539	0,01500	0,01463	0,01426
-2,0	0,02275	0,02222	0,02169	0,02118	0,02068	0,02018	0,01970	0,01923	0,01876	0,01831
-1,9	0,02872	0,02807	0,02743	0,02680	0,02619	0,02559	0,02500	0,02442	0,02385	0,02330
-1,8	0,03593	0,03515	0,03438	0,03362	0,03288	0,03216	0,03144	0,03074	0,03005	0,02938
-1,7	0,04457	0,04363	0,04272	0,04182	0,04093	0,04006	0,03920	0,03836	0,03754	0,03673
-1,6	0,05480	0,05370	0,05262	0,05155	0,05050	0,04947	0,04846	0,04746	0,04648	0,04551
-1,5	0,06681	0,06552	0,06426	0,06301	0,06178	0,06057	0,05938	0,05821	0,05705	0,05592
-1,4	0,08076	0,07927	0,07780	0,07636	0,07493	0,07353	0,07215	0,07078	0,06944	0,06811
-1,3	0,09680	0,09510	0,09342	0,09176	0,09012	0,08851	0,08692	0,08534	0,08379	0,08226
-1,2	0,11507	0,11314	0,11123	0,10935	0,10749	0,10565	0,10383	0,10204	0,10027	0,09853
-1,1	0,13567	0,13350	0,13136	0,12924	0,12714	0,12507	0,12302	0,12100	0,11900	0,11702
-1,0	0,15866	0,15625	0,15386	0,15151	0,14917	0,14686	0,14457	0,14231	0,14007	0,13786
-0,9	0,18406	0,18141	0,17879	0,17619	0,17361	0,17106	0,16853	0,16602	0,16354	0,16109
-0,8	0,21186	0,20897	0,20611	0,20327	0,20045	0,19766	0,19489	0,19215	0,18943	0,18673

-0,7	0,24196	0,23885	0,23576	0,23270	0,22965	0,22663	0,22363	0,22065	0,21770	0,21476
-0,6	0,27425	0,27093	0,26763	0,26435	0,26109	0,25785	0,25463	0,25143	0,24825	0,24510
-0,5	0,30854	0,30503	0,30153	0,29806	0,29460	0,29116	0,28774	0,28434	0,28096	0,27760
-0,4	0,34458	0,34090	0,33724	0,33360	0,32997	0,32636	0,32276	0,31918	0,31561	0,31207
-0,3	0,38209	0,37828	0,37448	0,37070	0,36693	0,36317	0,35942	0,35569	0,35197	0,34827
-0,2	0,42074	0,41683	0,41294	0,40905	0,40517	0,40129	0,39743	0,39358	0,38974	0,38591
-0,1	0,46017	0,45620	0,45224	0,44828	0,44433	0,44038	0,43644	0,43251	0,42858	0,42465
-0,0	0,50000	0,49601	0,49202	0,48803	0,48405	0,48006	0,47608	0,47210	0,46812	0,46414
0,0	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,1	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,2	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,3	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,4	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,5	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,6	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,7	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,8	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,9	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,0	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,1	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,2	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,3	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
1,4	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,5	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,6	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,7	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,8	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,9	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,0	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,1	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,2	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,3	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,4	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,5	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,6	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,7	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,8	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,9	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929

3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997
4,0	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99997	0,99998	0,99998	0,99998	0,99998

[zurück](#)

Letzte Änderung: 22.07.1999

Kontakt: [Wolfgang Stümer](#)



Biometrieübung 8

Chi-Quadrat-Test

Tabelle der Signifikanzschranken der Chi-Quadrat-Verteilung

FG	Signifikanzniveau			
	0,05	0,025	0,01	0,001
1	3,84	5,02	6,63	10,83
2	5,99	7,38	9,21	13,82
3	7,81	9,35	11,34	16,27
4	9,49	11,14	13,28	18,47
5	11,07	12,83	15,09	20,51
6	12,59	14,45	16,81	22,46
7	14,07	16,01	18,48	24,32
8	15,51	17,53	20,09	26,12
9	16,92	19,02	21,67	27,88
10	18,31	20,48	23,21	29,59
11	19,68	21,92	24,73	31,26
12	21,03	23,34	26,22	32,91
13	22,36	24,74	27,69	34,53
14	23,68	26,12	29,14	36,12
15	25,00	27,49	30,58	37,70
16	26,30	28,85	32,00	39,25
17	27,59	30,19	33,41	40,79
18	28,87	31,53	34,81	42,31
19	30,14	32,85	36,19	43,82
20	31,41	34,17	37,57	45,31
21	32,67	35,48	38,93	46,80
22	33,92	36,78	40,29	48,27
23	35,17	38,08	41,64	49,73
24	36,42	39,36	42,98	51,18
25	37,65	40,65	44,31	52,62
26	38,89	41,92	45,64	54,05
27	40,11	43,19	46,96	55,48
28	41,34	44,46	48,28	56,89
29	42,56	45,72	49,59	58,30
30	43,77	46,98	50,89	59,70

31	44,99	48,23	52,19	61,10
32	46,19	49,48	53,49	62,49
33	47,40	50,73	54,78	63,87
34	48,60	51,97	56,06	65,25
35	49,80	53,20	57,34	66,62
36	51,00	54,44	58,62	67,98
37	52,19	55,67	59,89	69,35
38	53,38	56,90	61,16	70,70
39	54,57	58,12	62,43	72,06
40	55,76	59,34	63,69	73,40
41	56,94	60,56	64,95	74,74
42	58,12	61,78	66,21	76,08
43	59,30	62,99	67,46	77,42
44	60,48	64,20	68,71	78,75
45	61,66	65,41	69,96	80,08
46	62,83	66,62	71,20	81,40
47	64,00	67,82	72,44	82,72
48	65,17	69,02	73,68	84,04
49	66,34	70,22	74,92	85,35
50	67,50	71,42	76,15	86,66
51	68,67	72,62	77,39	87,97
52	69,83	73,81	78,62	89,27
53	70,99	75,00	79,84	90,57
54	72,15	76,19	81,07	91,87
55	73,31	77,38	82,29	93,17
56	74,47	78,57	83,51	94,46
57	75,62	79,75	84,73	95,75
58	76,78	80,94	85,95	97,04
59	77,93	82,12	87,17	98,32
60	79,08	83,30	88,38	99,61
61	80,23	84,48	89,59	100,89
62	81,38	85,65	90,80	102,17
63	82,53	86,83	92,01	103,44
64	83,68	88,00	93,22	104,72
65	84,82	89,18	94,42	105,99
66	85,96	90,35	95,63	107,26
67	87,11	91,52	96,83	108,53
68	88,25	92,69	98,03	109,79

69	89,39	93,86	99,23	111,06
70	90,53	95,02	100,43	112,32
71	91,67	96,19	101,62	113,58
72	92,81	97,35	102,82	114,83
73	93,95	98,52	104,01	116,09
74	95,08	99,68	105,20	117,35
75	96,22	100,84	106,39	118,60
76	97,35	102,00	107,58	119,85
77	98,48	103,16	108,77	121,10
78	99,62	104,32	109,96	122,35
79	100,75	105,47	111,14	123,59
80	101,88	106,63	112,33	124,84
81	103,01	107,78	113,51	126,08
82	104,14	108,94	114,69	127,32
83	105,27	110,09	115,88	128,56
84	106,39	111,24	117,06	129,80
85	107,52	112,39	118,24	131,04
86	108,65	113,54	119,41	132,28
87	109,77	114,69	120,59	133,51
88	110,90	115,84	121,77	134,75
89	112,02	116,99	122,94	135,98
90	113,15	118,14	124,12	137,21
91	114,27	119,28	125,29	138,44
92	115,39	120,43	126,46	139,67
93	116,51	121,57	127,63	140,89
94	117,63	122,72	128,80	142,12
95	118,75	123,86	129,97	143,34
96	119,87	125,00	131,14	144,57
97	120,99	126,14	132,31	145,79
98	122,11	127,28	133,48	147,01
99	123,23	128,42	134,64	148,23
100	124,34	129,56	135,81	149,45
101	125,46	130,70	136,97	150,67
102	126,57	131,84	138,13	151,88
103	127,69	132,97	139,30	153,10
104	128,80	134,11	140,46	154,31
105	129,92	135,25	141,62	155,53
106	131,03	136,38	142,78	156,74

107	132,14	137,52	143,94	157,95
108	133,26	138,65	145,10	159,16
109	134,37	139,78	146,26	160,37
110	135,48	140,92	147,41	161,58
111	136,59	142,05	148,57	162,79
112	137,70	143,18	149,73	164,00
113	138,81	144,31	150,88	165,20
114	139,92	145,44	152,04	166,41
115	141,03	146,57	153,19	167,61
116	142,14	147,70	154,34	168,81
117	143,25	148,83	155,50	170,01
118	144,35	149,96	156,65	171,22
119	145,46	151,08	157,80	172,42
120	146,57	152,21	158,95	173,62
121	147,67	153,34	160,10	174,81
122	148,78	154,46	161,25	176,01
123	149,88	155,59	162,40	177,21
124	150,99	156,71	163,55	178,41
125	152,09	157,84	164,69	179,60
126	153,20	158,96	165,84	180,80
127	154,30	160,09	166,99	181,99
128	155,40	161,21	168,13	183,19
129	156,51	162,33	169,28	184,38
130	157,61	163,45	170,42	185,57
131	158,71	164,57	171,57	186,76
132	159,81	165,70	172,71	187,95
133	160,91	166,82	173,85	189,14
134	162,02	167,94	175,00	190,33
135	163,12	169,06	176,14	191,52
136	164,22	170,18	177,28	192,71
137	165,32	171,29	178,42	193,89
138	166,42	172,41	179,56	195,08
139	167,51	173,53	180,70	196,26
140	168,61	174,65	181,84	197,45
141	169,71	175,76	182,98	198,63
142	170,81	176,88	184,12	199,82
143	171,91	178,00	185,26	201,00
144	173,00	179,11	186,39	202,18

145	174,10	180,23	187,53	203,37
146	175,20	181,34	188,67	204,54
147	176,29	182,46	189,80	205,73
148	177,39	183,57	190,94	206,91
149	178,49	184,69	192,07	208,08
150	179,58	185,80	193,21	209,27

[zurück](#)

Letzte Änderung: 20.09.1999

Kontakt: [Wolfgang Stümer](#)

