

Biometrieübung 10

Lineare Regression

Aufgabe

1. Düngungsversuch

In einem Düngerversuch mit $k=9$ Düngungsstufen x_i erhielt man Erträge y_i . Im (X, Y) -Koordinatensystem zeigt sich, daß die Vermutung des linearen Verlaufs berechtigt ist.

Wertetabelle zum Düngungsversuch

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_i	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5
y_i	22,0	17,5	27,0	23,0	25,0	22,5	33,0	26,0	35,0

Berechnen Sie Mittelwerte und Standardabweichungen beider Variablen, den linearen Regressionskoeffizienten, die Regressionskonstante (Durchgang durch die y -Achse), die Signifikanz der Regression (F-Test, Standardfehler der Regression, Bestimmtheitsmaß) und geschätzte Erträge nach der Regressionsfunktion.

2. Abhängigkeit der Körpergröße von der Schuhgröße bei Männern

(Quelle: Rasch, Einführung in die Biostatistik, 1983, S. 195)

14 zufällig ausgewählte Männer gaben folgende Schuhgrößen und Körperhöhen (cm) an:

Schuhgröße(x)	Körpergröße (y)
42,0	175
45,0	188
42,5	178
45,5	189
43,0	182
39,0	169
42,0	182
41,0	171
41,5	175
42,5	179
42,0	173

40,0	174
42,0	176
45,0	184

Berechnen Sie Mittelwerte und Standardabweichung beider Variablen, den linearen Regressionskoeffizienten, die Regressionskonstante und die Signifikanz der Regression.

Letzte Änderung: 01.06.1999

Kontakt: [Wolfgang Stümer](#)



Biometrieübung 10

Lineare Regression

Lösung

1. Düngungsversuch

	x	y
Mittelwert	4,500	25,667
Standardabweichung	1,369	5,483

Regressionskoeffizient: $b = 2,967$

Regressionskonstante: $a = 12,317$

Regressionsgerade: $y = 12,317 + 2,967x$

i	x_i	(geschätzte Erträge) \hat{y}_i
1	2,5	19,733
2	3,0	21,217
3	3,5	22,700
4	4,0	24,183
5	4,5	25,667
6	5,0	27,150
7	5,5	28,633
8	6,0	30,117
9	6,5	31,600

F-Test:

$H_0: \beta = 0$

$H_A: \beta \neq 0$

	Freiheitsgrade (FG)	Quadratsummen (SQ)	Mittlere Quadratsumme (MQ)	Prüfgröße (\hat{y}_i)
Regression	1	132,017	132,017	8,518
Residue (Rest)	7	108,483	15,498	
Gesamt	8	240,500		

$$F_{0,05;1;7} = 5,591$$

Da $\hat{F} = 8,518 > F_{0,05;1;7} = 5,591$ wird H_0 abgelehnt, d.h. die Regressionsbeziehung ist gerechtfertigt.

Standardfehler der Regression: $s^2_{y,x} = 15,498$

Bestimmtheitsmaß: $r^2 = 0,549$

2. Abhängigkeit der Körpergröße von der Schuhgröße bei Männern

	x	y
Mittelwert	42,36	178,21
Standardabweichung	1,84	6,09

Regressionskoeffizient: $b = 3,02$

Regressionskonstante: $a = 50,39$

Regressionsgerade: $y = 50,39 + 3,02x$

i	Schuhgröße x_i	Körpergröße y_i	Geschätzte Körpergröße \hat{y}_i
1	42,0	175,0	177,14
2	45,0	188,0	186,19
3	42,5	178,0	178,65
4	45,5	189,0	187,70
5	43,0	182,0	180,15
6	39,0	169,0	168,08
7	42,0	182,0	177,14
8	41,0	171,0	174,12
9	41,5	175,0	175,63
10	42,5	179,0	178,65
11	42,0	173,0	177,14
12	40,0	174,0	171,10
13	42,0	176,0	177,14
14	45,0	184,0	186,19

F-Test:

$$H_0: \beta = 0$$

$$H_A: \beta \neq 0$$

	Freiheitsgrade (FG)	Quadratsummen (SQ)	Mittlere Quadratsumme (MQ)	Prüfgröße (\hat{F})
Regression	1	402,66	402,66	60,63
Residue (Rest)	12	79,70	6,64	
Gesamt	13	482,36		

$$F_{0,05;1;7} = 4,75$$

Da $\hat{F} = 60,63 > F_{0,05;1;7} = 4,75$ wird H_0 abgelehnt, d.h. die Regressionsbeziehung ist gerechtfertigt.

Letzte Änderung: 25.08.1999

Kontakt: [Wolfgang Stümer](#)



Biometrieübung 10

Lineare Regression

Formeln

Inhalt

[Einfache, lineare Regression](#)

[Tabelle der Signifikanzschranken der F-Verteilung für P=0,05](#)

[Tabelle der Signifikanzschranken der F-Verteilung für P=0,01](#)

Einfache, lineare Regression

einfachste funktionale Beziehung zwischen 2 Merkmalen
= einfache, lineare Regression

$$y_i = \alpha + \beta x_i$$

α und β sind Populationsparameter

Gleichung = Gleichung für Gerade

α = Schnittpunkt der Linie mit Y-Achse

β = Steigung der Geraden

Die Beziehung wird durch eine Linie beschrieben.

Frage: Wie findet man die Linie, die die Daten am besten "ausgleicht"?

Lösung: Durch die Methode der kleinsten Quadrate.

jeder Wert x hat entsprechenden Wert y auf der Geraden

y = beobachteter Wert

\hat{y} = Wert auf der Geraden (geschätzt)

=> beobachteter Datenpunkt (x_i, y_i)

Punkt auf Regressionslinie = (x_i, \hat{y}_i)

Kriterium der kleinsten Quadrate betrachtet die Abweichung jedes Punktes von der Linie, i.e. $y_i - \hat{y}_i$

beste Anpassung: kleinster Wert der Summe der Abweichungen für alle Punkte y_i und \hat{y}_i

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \Rightarrow \text{Minimum}$$

n = Anzahl Datenpunkte

α und β der Population nur dann zu berechnen, wenn alle Populationswerte vorliegen

$\Rightarrow \alpha$ und β der Population auf Basis der n Beobachtungen schätzen

Regressionskoeffizient b

wird zuerst berechnet

$$b = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n}}{\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n}}$$

y-Achsendurchgang

unendliche Anzahl Geraden mit identischer Steigung

spezielle Gerade bestimmt durch Steigung und ein Punktepaar x / y auf der Geraden

per Konvention der Punkt gewählt, an dem die Y-Achse durchschnitten wird

\Rightarrow dort, wo $x = 0$

= Y - Achsendurchgang

es kann mathematisch gezeigt werden, daß der Punkt \bar{x}, \bar{y} immer auf der Ausgleichsgeraden liegt, falls

\bar{x}, \bar{y} in Geradengleichung substituiert wird, folgt

$$\bar{y} = \alpha + \beta \bar{x}$$

damit folgt

$$\alpha = \bar{y} - \beta \bar{x}$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x}$$

Schätzung von Werten für y

falls a und b bekannt, kann für jeden x -Wert der entsprechende y -Wert bestimmt werden

falls Gerade gezeichnet werden soll: 2 Extreme nehmen

Schätzung von y nur für Bereich zulässig, für den Daten vorhanden sind

Voraussetzungen der Regressionsanalyse

1. Linearität der Koeffizienten
2. falls Variable x_i nicht in linearer Form vorliegt, durch Transformation linearisieren (falls möglich)
evtl. nichtlineare Regression anwenden

3. y_i - Werte für jeden Wert von x müssen normalverteilt sein
4. Varianzen der y_i -Werte müssen über den gesamten Merkmalsbereich homogen sein

Signifikanz der Regression

können Regressionsgerade herleiten und b bestimmen

$b \neq 0$

folgt daraus $\beta \neq 0$?

Hypothese bilden

$H_0: \beta = 0$

$H_A: \beta \neq 0$

falls Schluß, das angemessene Wahrscheinlichkeit, daß kalkultiertes b aus Population mit $\beta = 0$ kommt, wird H_0 nicht verworfen

zuerst gesamte Variabilität der abhängigen Variablen kalkulieren

$$SQ_{ges} = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

dann Variabilität, die daher stammt, daß Regressionsbeziehung existiert:

$$SQ_{reg} = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2 = b \cdot \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

$$SQ_{reg} = b \cdot \left(\sum x_i y_i - \frac{\sum x_i \sum y_i}{n} \right)$$

= SQ Regression

$SQ_{reg} = SQ_{ges}$ nur, falls alle Punkte auf der Regressionsgeraden liegen

falls Abweichungen von Regressionsgeraden (= wahrscheinlicher Fall)

=> Reststreuung/ Fehlerstreuung

$$SQ_{res} = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 = SQ_{ges} - SQ_{reg}$$

Art	SQ	FG	MQ	F
Gesamt	$\sum (y_i - \bar{y})^2$	n-1		
Regression	$\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$	1*	SQ/1	

Residual	$SQ_{\text{ges}} - SQ_{\text{reg}}$	$n-2$	$SQ/(n-2)$	$F = \frac{MQ_{\text{reg.}}}{MQ_{\text{res.}}}$
-----------------	-------------------------------------	-------	------------	---

* Anzahl Parameter, die geschätzt werden, -1, hier α und $\beta = 2 - 1 = 1$

F wird mit $F_{\alpha(1); v_1, v_2}$ verglichen

falls $F > F_{\alpha(1); v_1, v_2}$

$\Rightarrow H_0: \beta = 0$ verwerfen

\Rightarrow d.h. Regressionsbeziehung gerechtfertigt

MQ_{res} wird oft auch als Standardfehler der Regression oder Standardfehler der Schätzung mit $s^2_{y,x}$ bezeichnet \Rightarrow Varianz von y nachdem die Abhängig von y von x in Betracht gezogen wurde

der Anteil der Gesamtstreuung von y, der durch die Beziehung von y und x definiert wird, = Bestimmtheitsmaß r^2

$$r^2 = SQ_{\text{reg}} / SQ_{\text{ges}}$$

Letzte Änderung: 20.09.1999

Kontakt: [Wolfgang Stümer](#)



Biometrieübung 10

Lineare Regression

Tabelle der Signifikanzschranken der F-Verteilung für $\alpha = 0,05$ für verschiedene m_1 und m_2 .

		m_1 (FG ₁)																									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500			
m ₂ FG ₂	1	161	199	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244	245	246	248	249	250	251	252	253	253	254	254	1		
	2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	19,37	19,38	19,40	19,40	19,41	19,42	19,43	19,45	19,45	19,46	19,47	19,48	19,48	19,49	19,49	19,49	2		
	3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,76	8,74	8,71	8,69	8,66	8,64	8,62	8,59	8,58	8,56	8,55	8,54	8,53	3		
	4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,94	5,91	5,87	5,84	5,80	5,77	5,75	5,72	5,70	5,68	5,66	5,65	5,64	4		
	5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,70	4,68	4,64	4,60	4,56	4,53	4,50	4,46	4,44	4,42	4,41	4,39	4,37	5		
	6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00	3,96	3,92	3,87	3,84	3,81	3,77	3,75	3,73	3,71	3,69	3,68	6		
	7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,60	3,57	3,53	3,49	3,44	3,41	3,38	3,34	3,32	3,29	3,27	3,25	3,24	7		
	8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,31	3,28	3,24	3,20	3,15	3,12	3,08	3,04	3,02	2,99	2,97	2,95	2,94	8		
	9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,10	3,07	3,03	2,99	2,94	2,90	2,86	2,83	2,80	2,77	2,76	2,73	2,72	9		
	10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,94	2,91	2,86	2,83	2,77	2,74	2,70	2,66	2,64	2,60	2,59	2,56	2,55	10		
	11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,82	2,79	2,74	2,70	2,65	2,61	2,57	2,53	2,51	2,47	2,46	2,43	2,42	11		
	12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,72	2,69	2,64	2,60	2,54	2,51	2,47	2,43	2,40	2,37	2,35	2,32	2,31	12		
	13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,63	2,60	2,55	2,51	2,46	2,42	2,38	2,34	2,31	2,28	2,26	2,23	2,22	13		
	14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,57	2,53	2,48	2,44	2,39	2,35	2,31	2,27	2,24	2,21	2,19	2,16	2,14	14		
	15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,51	2,48	2,42	2,38	2,33	2,29	2,25	2,20	2,18	2,14	2,12	2,10	2,08	15		
	16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,46	2,42	2,37	2,33	2,28	2,24	2,19	2,15	2,12	2,09	2,07	2,04	2,02	16		
	17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,41	2,38	2,33	2,29	2,23	2,19	2,15	2,10	2,08	2,04	2,02	1,99	1,97	17		
	18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,37	2,34	2,29	2,25	2,19	2,15	2,11	2,06	2,04	2,00	1,98	1,95	1,93	18		
	19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,34	2,31	2,26	2,21	2,16	2,11	2,07	2,03	2,00	1,96	1,94	1,91	1,89	19		
	20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,31	2,28	2,22	2,18	2,12	2,08	2,04	1,99	1,97	1,93	1,91	1,88	1,86	20		
	21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,28	2,25	2,20	2,16	2,10	2,05	2,01	1,96	1,94	1,90	1,88	1,84	1,83	21		
	22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,26	2,23	2,17	2,13	2,07	2,03	1,98	1,94	1,91	1,87	1,85	1,82	1,80	22		
	23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,24	2,20	2,15	2,11	2,05	2,01	1,96	1,91	1,88	1,84	1,82	1,79	1,77	23		
	24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,22	2,18	2,13	2,09	2,03	1,98	1,94	1,89	1,86	1,82	1,80	1,77	1,75	24		
	25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,20	2,16	2,11	2,07	2,01	1,96	1,92	1,87	1,84	1,80	1,78	1,75	1,73	25		
	26	4,23	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,39	2,32	2,27	2,22	2,18	2,15	2,09	2,05	1,99	1,95	1,90	1,85	1,82	1,78	1,76	1,73	1,71	26		
	27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,37	2,31	2,25	2,20	2,17	2,13	2,08	2,04	1,97	1,93	1,88	1,84	1,81	1,76	1,74	1,71	1,69	27		
	28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,45	2,36	2,29	2,24	2,19	2,15	2,12	2,06	2,02	1,96	1,91	1,87	1,82	1,79	1,75	1,73	1,69	1,67	28		
	29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,55	2,43	2,35	2,28	2,22	2,18	2,14	2,10	2,05	2,01	1,94	1,90	1,85	1,81	1,77	1,73	1,71	1,67	1,65	29		
	30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,13	2,09	2,04	1,99	1,93	1,89	1,84	1,79	1,76	1,72	1,70	1,66	1,64	30		
	32	4,15	3,29	2,90	2,67	2,51	2,40	2,31	2,24	2,19	2,14	2,10	2,07	2,01	1,97	1,91	1,86	1,82	1,77	1,74	1,69	1,67	1,63	1,61	32		
	34	4,13	3,28	2,88	2,65	2,49	2,38	2,29	2,23	2,17	2,12	2,08	2,05	1,99	1,95	1,89	1,84	1,80	1,75	1,71	1,67	1,65	1,61	1,59	34		
	36	4,11	3,26	2,87	2,63	2,48	2,36	2,28	2,21	2,15	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,87	1,82	1,78	1,73	1,69	1,65	1,62	1,59	1,56	36		
	38	4,10	3,24	2,85	2,62	2,46	2,35	2,26	2,19	2,14	2,09	2,05	2,02	1,96	1,92	1,85	1,81	1,76	1,71	1,68	1,63	1,61	1,57	1,54	38		
	40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,04	2,00	1,95	1,90	1,84	1,79	1,74	1,69	1,66	1,61	1,59	1,55	1,53	40		
	42	4,07	3,22	2,83	2,59	2,44	2,32	2,24	2,17	2,11	2,06	2,03	1,99	1,94	1,89	1,83	1,78	1,73	1,68	1,65	1,60	1,57	1,53	1,51	42		
	44	4,06	3,21	2,82	2,58	2,43	2,31	2,23	2,16	2,10	2,05	2,01	1,98	1,92	1,88	1,81	1,77	1,72	1,67	1,63	1,59	1,56	1,52	1,49	44		
	46	4,05	3,20	2,81	2,57	2,42	2,30	2,22	2,15	2,09	2,04	2,00	1,97	1,91	1,87	1,80	1,76	1,71	1,65	1,62	1,57	1,55	1,51	1,48	46		
	48	4,04	3,19	2,80	2,57	2,41	2,29	2,21	2,14	2,08	2,03	1,99	1,96	1,90	1,86	1,79	1,75	1,70	1,64	1,61	1,56	1,54	1,49	1,47	48		
	50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,20	2,13	2,07	2,03	1,99	1,95	1,89	1,85	1,78	1,74	1,69	1,63	1,60	1,55	1,52	1,48	1,46	50		
	55	4,02	3,16	2,77	2,54	2,38	2,27	2,18	2,11	2,06	2,01	1,97	1,93	1,88	1,83	1,76	1,72	1,67	1,61	1,58	1,53	1,50	1,46	1,43	55		
	60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,95	1,92	1,86	1,82	1,75	1,70	1,65	1,59	1,56	1,51	1,48	1,44	1,41	60		
	65	3,99	3,14	2,75	2,51	2,36	2,24	2,15	2,08	2,03	1,98	1,94	1,90	1,85	1,80	1,73	1,69	1,63	1,58	1,54	1,49	1,46	1,42	1,39	65		
	70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,14	2,07	2,02	1,97	1,93	1,89	1,84	1,79	1,72	1,67	1,62	1,57	1,53	1,48	1,45	1,40	1,37	70		
	80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,13	2,06	2,00	1,95	1,91	1,88	1,82	1,77	1,70	1,65	1,60	1,54	1,51	1,45	1,43	1,38	1,35	80		
	100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,31	2,19	2,10	2,03	1,97	1,93	1,89	1,85	1,79	1,75	1,68	1,63	1,57	1,52	1,48	1,42	1,39	1,34	1,31	100		

Biometrieübung 10 (Lineare Regression) - Tabelle F-Verteilung P=0,05

125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,08	2,01	1,96	1,91	1,87	1,83	1,77	1,73	1,66	1,60	1,55	1,49	1,45	1,40	1,36	1,31	1,27	125
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,07	2,00	1,94	1,89	1,85	1,82	1,76	1,71	1,64	1,59	1,54	1,48	1,44	1,38	1,34	1,29	1,25	150
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	2,06	1,98	1,93	1,88	1,84	1,80	1,74	1,69	1,62	1,57	1,52	1,46	1,41	1,35	1,32	1,26	1,22	200
400	3,86	3,02	2,63	2,39	2,24	2,12	2,03	1,96	1,90	1,85	1,81	1,78	1,72	1,67	1,60	1,54	1,49	1,42	1,38	1,32	1,28	1,22	1,17	400
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	2,11	2,02	1,95	1,89	1,84	1,80	1,76	1,70	1,65	1,58	1,53	1,47	1,41	1,36	1,30	1,26	1,19	1,13	1000
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	

[zurück](#)

Letzte Änderung: 20.08.1999

Kontakt: [Wolfgang Stümer](#)



Biometrieübung 10

Lineare Regression

Tabelle der Signifikanzschranken der F-Verteilung für $\alpha = 0,01$ für verschiedene m_1 und m_2 .

		m_1 (FG ₁)																								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500		
m ₂ FG ₂	1	4052	4999	5403	5624	5763	5858	5928	5980	6022	6055	6083	6106	6143	6170	6208	6234	6260	6286	6302	6323	6333	6349	6359	1	
	2	98,50	99,00	99,16	99,25	99,30	99,33	99,36	99,38	99,39	99,40	99,41	99,42	99,43	99,44	99,45	99,46	99,47	99,48	99,48	99,48	99,48	99,49	99,49	99,50	2
	3	34,12	30,82	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05	26,92	26,83	26,69	26,60	26,50	26,41	26,35	26,28	26,24	26,18	26,15	3	
	4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	14,55	14,45	14,37	14,25	14,15	14,02	13,93	13,84	13,75	13,69	13,61	13,58	13,52	13,49	4	
	5	16,26	13,27	12,06	11,39	10,97	10,67	10,46	10,29	10,16	10,05	9,96	9,89	9,77	9,68	9,55	9,47	9,38	9,29	9,24	9,17	9,13	9,08	9,04	5	
	6	13,75	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72	7,60	7,52	7,40	7,31	7,23	7,14	7,09	7,02	6,99	6,93	6,90	6	
	7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	6,99	6,84	6,72	6,62	6,54	6,47	6,36	6,28	6,16	6,07	5,99	5,91	5,86	5,79	5,75	5,70	5,67	7	
	8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,18	6,03	5,91	5,81	5,73	5,67	5,56	5,48	5,36	5,28	5,20	5,12	5,07	5,00	4,96	4,91	4,88	8	
	9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,61	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11	5,01	4,92	4,81	4,73	4,65	4,57	4,52	4,45	4,41	4,36	4,33	9	
	10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,20	5,06	4,94	4,85	4,77	4,71	4,60	4,52	4,41	4,33	4,25	4,17	4,12	4,05	4,01	3,96	3,93	10	
	11	9,65	7,21	6,22	5,67	5,32	5,07	4,89	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40	4,29	4,21	4,10	4,02	3,94	3,86	3,81	3,74	3,71	3,66	3,62	11	
	12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,64	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16	4,05	3,97	3,86	3,78	3,70	3,62	3,57	3,50	3,47	3,41	3,38	12	
	13	9,07	6,70	5,74	5,21	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96	3,86	3,78	3,66	3,59	3,51	3,43	3,38	3,31	3,27	3,22	3,19	13	
	14	8,86	6,51	5,56	5,04	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80	3,70	3,62	3,51	3,43	3,35	3,27	3,22	3,15	3,11	3,06	3,03	14	
	15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67	3,56	3,49	3,37	3,29	3,21	3,13	3,08	3,01	2,98	2,92	2,89	15	
	16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,62	3,55	3,45	3,37	3,26	3,18	3,10	3,02	2,97	2,90	2,86	2,81	2,78	16	
	17	8,40	6,11	5,19	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,46	3,35	3,27	3,16	3,08	3,00	2,92	2,87	2,80	2,76	2,71	2,68	17	
	18	8,29	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	3,84	3,71	3,60	3,51	3,43	3,37	3,27	3,19	3,08	3,00	2,92	2,84	2,78	2,71	2,68	2,62	2,59	18	
	19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	3,77	3,63	3,52	3,43	3,36	3,30	3,19	3,12	3,00	2,92	2,84	2,76	2,71	2,64	2,60	2,55	2,51	19	
	20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	3,70	3,56	3,46	3,37	3,29	3,23	3,13	3,05	2,94	2,86	2,78	2,69	2,64	2,57	2,54	2,48	2,44	20	
	21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	3,64	3,51	3,40	3,31	3,24	3,17	3,07	2,99	2,88	2,80	2,72	2,64	2,58	2,51	2,48	2,42	2,38	21	
	22	7,95	5,72	4,82	4,31	3,99	3,76	3,59	3,45	3,35	3,26	3,18	3,12	3,02	2,94	2,83	2,75	2,67	2,58	2,53	2,46	2,42	2,36	2,33	22	
	23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	3,54	3,41	3,30	3,21	3,14	3,07	2,97	2,89	2,78	2,70	2,62	2,54	2,48	2,41	2,37	2,32	2,28	23	
	24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	3,50	3,36	3,26	3,17	3,09	3,03	2,93	2,85	2,74	2,66	2,58	2,49	2,44	2,37	2,33	2,27	2,24	24	
	25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,85	3,63	3,46	3,32	3,22	3,13	3,06	2,99	2,89	2,81	2,70	2,62	2,54	2,45	2,40	2,33	2,29	2,23	2,19	25	
	26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	3,42	3,29	3,18	3,09	3,02	2,96	2,86	2,78	2,66	2,58	2,50	2,42	2,36	2,29	2,25	2,19	2,16	26	
	27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	3,39	3,26	3,15	3,06	2,99	2,93	2,82	2,75	2,63	2,55	2,47	2,38	2,33	2,26	2,22	2,16	2,12	27	
	28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	3,36	3,23	3,12	3,03	2,96	2,90	2,79	2,72	2,60	2,52	2,44	2,35	2,30	2,23	2,19	2,13	2,09	28	
	29	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	3,33	3,20	3,09	3,00	2,93	2,87	2,77	2,69	2,57	2,49	2,41	2,33	2,27	2,20	2,16	2,10	2,06	29	
	30	7,56	5,39	4,51	4,02	3,70	3,47	3,30	3,17	3,07	2,98	2,91	2,84	2,74	2,66	2,55	2,47	2,39	2,30	2,25	2,17	2,13	2,07	2,03	30	
	32	7,50	5,34	4,46	3,97	3,65	3,43	3,26	3,13	3,02	2,93	2,86	2,80	2,70	2,62	2,50	2,42	2,34	2,25	2,20	2,12	2,08	2,02	1,98	32	
	34	7,44	5,29	4,42	3,93	3,61	3,39	3,22	3,09	2,98	2,89	2,82	2,76	2,66	2,58	2,46	2,38	2,30	2,21	2,16	2,08	2,04	1,98	1,94	34	
	36	7,40	5,25	4,38	3,89	3,57	3,35	3,18	3,05	2,95	2,86	2,79	2,72	2,62	2,54	2,43	2,35	2,26	2,18	2,12	2,04	2,00	1,94	1,90	36	
	38	7,35	5,21	4,34	3,86	3,54	3,32	3,15	3,02	2,92	2,83	2,75	2,69	2,59	2,51	2,40	2,32	2,23	2,14	2,09	2,01	1,97	1,90	1,86	38	
	40	7,31	5,18	4,31	3,83	3,51	3,29	3,12	2,99	2,89	2,80	2,73	2,66	2,56	2,48	2,37	2,29	2,20	2,11	2,06	1,98	1,94	1,87	1,83	40	
	42	7,28	5,15	4,29	3,80	3,49	3,27	3,10	2,97	2,86	2,78	2,70	2,64	2,54	2,46	2,34	2,26	2,18	2,09	2,03	1,95	1,91	1,85	1,80	42	
	44	7,25	5,12	4,26	3,78	3,47	3,24	3,08	2,95	2,84	2,75	2,68	2,62	2,52	2,44	2,32	2,24	2,15	2,07	2,01	1,93	1,89	1,82	1,78	44	
	46	7,22	5,10	4,24	3,76	3,44	3,22	3,06	2,93	2,82	2,73	2,66	2,60	2,50	2,42	2,30	2,22	2,13	2,04	1,99	1,91	1,86	1,80	1,76	46	
	48	7,19	5,08	4,22	3,74	3,43	3,20	3,04	2,91	2,80	2,71	2,64	2,58	2,48	2,40	2,28	2,20	2,12	2,02	1,97	1,89	1,84	1,78	1,73	48	
	50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	3,02	2,89	2,78	2,70	2,63	2,56	2,46	2,38	2,27	2,18	2,10	2,01	1,95	1,87	1,82	1,76	1,71	50	
	55	7,12	5,01	4,16	3,68	3,37	3,15	2,98	2,85	2,75	2,66	2,59	2,53	2,42	2,34	2,23	2,15	2,06	1,97	1,91	1,83	1,78	1,71	1,67	55	
	60	7,08	4,98	4,13	3,65	3,34	3,12	2,95	2,82	2,72	2,63	2,56	2,50	2,39	2,31	2,20	2,12	2,03	1,94	1,88	1,79	1,75	1,68	1,63	60	
	65	7,04	4,95	4,10	3,62	3,31	3,09	2,93	2,80	2,69	2,61	2,53	2,47	2,37	2,29	2,17	2,09	2,00	1,91	1,85	1,77	1,72	1,65	1,60	65	
	70	7,01	4,92	4,07	3,60	3,29	3,07	2,91	2,78	2,67	2,59	2,51	2,45	2,35	2,27	2,15	2,07	1,98	1,89	1,83	1,74	1,70	1,62	1,57	70	
	80	6,96	4,88	4,04	3,56	3,26	3,04	2,87	2,74	2,64	2,55	2,48	2,42	2,31	2,23	2,12	2,03	1,94	1,85	1,79	1,70	1,65	1,58	1,53	80	
	100	6,90	4,82	3,98	3,51	3,21	2,99	2,82	2,69	2,59	2,50	2,43	2,37	2,27	2,19	2,07	1,98	1,89	1,80	1,74	1,65	1,60	1,52	1,47	100	

Biometrieübung 10 (Lineare Regression) - Tabelle F-Verteilung P=0,01

125	6,84	4,78	3,94	3,47	3,17	2,95	2,79	2,66	2,55	2,47	2,39	2,33	2,23	2,15	2,03	1,94	1,85	1,76	1,69	1,60	1,55	1,47	1,41	125
150	6,81	4,75	3,91	3,45	3,14	2,92	2,76	2,63	2,53	2,44	2,37	2,31	2,20	2,12	2,00	1,92	1,83	1,73	1,66	1,57	1,52	1,43	1,38	150
200	6,76	4,71	3,88	3,41	3,11	2,89	2,73	2,60	2,50	2,41	2,34	2,27	2,17	2,09	1,97	1,89	1,79	1,69	1,63	1,53	1,48	1,39	1,33	200
400	6,70	4,66	3,83	3,37	3,06	2,85	2,68	2,56	2,45	2,37	2,29	2,23	2,13	2,05	1,92	1,84	1,75	1,64	1,58	1,48	1,42	1,32	1,25	400
1000	6,66	4,63	3,80	3,34	3,04	2,82	2,66	2,53	2,43	2,34	2,27	2,20	2,10	2,02	1,90	1,81	1,72	1,61	1,54	1,44	1,38	1,28	1,19	1000
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	

[zurück](#)

Letzte Änderung: 20.08.1999

Kontakt: [Wolfgang Stümer](#)

