

# Biometrieübung Testate

## Aufgabe

### Inhalt

[Testat I](#)

[Testat II](#)

## Testat I

### Aufgabe 1:

Sie haben Lagemaßzahlen (arithmetischer Mittelwert, Modus, Median, Spannweite) und Streumaße (Varianz, Standardabweichung, Standardabweichung des Mittelwertes, Variationskoeffizient) kennengelernt. Berechnen Sie für die beiden Beispieldatensätze alle möglichen Lage- und Streumaße.

Datensatz 1: Gewicht von zweiwöchigen Kücken in g	Datensatz 2: Parasitenbefall bei Rehwild (1 = ohne, 2 = leicht, 3 = mittel, 4 = schwer, 5 = letal)
107	4
117	4
96	1
96	5
119	2
	1
	4
	2

### Aufgabe 2:

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Zwillingenpaar eineiig ist, beträgt (in Europa) etwa  $1/4$ . Eineiige Zwillinge (Ereignis A) haben immer gleiches Geschlecht, zweieiige nur mit Wahrscheinlichkeit  $1/2$ . In Formeln:

$P(B|A) = 1$ ,  $P(B|A') = 1/2$ . Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Zwillingenpaar gleichgeschlechtlich ist (Ereignis B)?

**Aufgabe 3:**

Sie haben die Poisson-, Binomial- und Normalverteilung kennengelernt. Kreuzen Sie in der unten stehenden Tabelle an, welche Verteilung für die jeweiligen Gegebenheiten angewendet werden kann.

Gegebenheit	Poissonverteilung	Binomialverteilung	Normalverteilung
Eintreffen von Unfällen bei der Holzernte			
Wieviel Drosophila-Fliegen einer Generation rote Augen haben			
Meßfehler bei der Baumhöhenmessung			
Körpergröße von Studenten des 2. Studienjahres			
Wieviel Personen bei einer Umfrage den Austritt aus der EU fordern			
Verteilung von Sternen am Himmel			
Wieviel Personen nach einem Waldspaziergang von einer Zecke befallen werden			
Anzahl Zecken pro Waldbesucher			

**Aufgabe 4:**

Eine Reifenfirma hat für Sommerreifen zwei Profile entwickelt, die im Hinblick auf Ihre Bremswirkung untersucht werden sollen. Dazu werden 10 Testfahrzeuge einmal mit den Reifen der Profilsorte A, das andere Mal mit Reifen der Profilsorte B bestückt und jeweils bei gleicher Geschwindigkeit abgebremst. Die mittleren Bremswege sind für Profilsorte A = 49,6 m und für Profilsorte B = 51,89 m, die mittlere Differenz zwischen den Bremswegen beträgt 2.29 m ( $s = 3.31$ ). Prüfen Sie, ob sich die Bremswege der beiden Profilsorten signifikant unterscheiden ( $\alpha = 0.05$ ) (Vergessen Sie nicht, die Null- und Alternativhypothese zu formulieren und den Test anzugeben, mit dem Sie die Prüfung durchführen).

**Aufgabe 5:**

19 Schweine wurden zufällig 4 experimentellen Gruppen zugeordnet. Jede der Gruppen wurde mit einem

anderen Futtermittel gefüttert. Nach Auswertung der Körpergewichte der Schweine, das Sie nach Abschluß des Experiments erreicht haben, erhalten Sie die in der Tabelle angegebenen Werte. Vervollständigen Sie die Tabelle und prüfen Sie, ob die Körpergewichte der Schweine für alle vier Futtermittelvarianten gleich sind (Hypothesen formulieren!). Beschreiben Sie KURZ, wie Sie weiter vorgehen würden, falls die Nullhypothese verworfen wird.

Variationsursache	SQ	FG	MQ	F
Gesamt	4354.698	18		
Zwischen den Gruppen	4226.348			
Innerhalb der Gruppen				

### Kritische Werte verschiedener Verteilungen für $\alpha = 0.05$

FG	3	4	5	6	7	8	9	10	12	50
t-Verteilung*	3.18	2.78	2.57	2.45	2.37	2.31	2.26	2.23	2.18	2.01
c <sup>2</sup> -Verteilung*	7.82	9.49	11.07	15.59	14.07	15.51	16.92	18.31	21.03	67.51
Mann-Whitney U-Verteilung $n_1 = 10^*$	27	35	42	49	56	63	70	77	91	-
F-Verteilung# Zähler FG = 3	9.28	6.59	5.41	4.76	4.35	4.07	3.86	3.71	3.49	2.79

\* = zweiseitig, # = einseitig

## Testat II

### Aufgabe 1:

Sie haben aus einer Population von Bäumen mit Umfang  $N=12\ 738\ 519\ 785$  durch eine einfache Zufallsstichprobe ohne Zurücklegen 100 Elemente (Bäume) ausgewählt und an diesen den BHD gemessen. Der Mittelwert des BHD dieser 100 Bäume ist 50 cm, die Varianz ist  $25\text{ cm}^2$ . Bestimmen Sie den Stichprobenfehler, den 95%-Vertrauensbereich, den 68%-Vertrauensbereich und den Variationskoeffizienten.

### Aufgabe 2:

In zwei Beständen ( $N = \text{sehr groß}$ ) soll der mittlere Einzelbaumvorrat bestimmt werden. Berechnen Sie den notwendigen Stichprobenumfang für die folgenden beiden Populationen für die einfache

Zufallsauswahl mit Zurücklegen ( $\alpha = 0,05$ , Fehler 1%).

	Pappelbestand	Fichtenbestand
$\bar{x}$	4	4
s	0,5	2,0

### Aufgabe 3:

Bei einer Inventur von Savannenwäldern wurden von 10 Bäumen Stammdurchmesser in 30cm Höhe und in 1,3m Höhe gemessen. Berechnen Sie anhand der unten stehenden Daten den Regressionskoeffizient  $b$  und die Regressionsgerade.

$d_{0.3cm}$ (x)	$d_{1.3cm}$ (y)
34	35
56	59
12	14
24	26
23	27
26	29
31	33
35	36
34	36
32	36
$\Sigma = 307$	$\Sigma = 331$

### Aufgabe 4:

Mit Hilfe einer randomisierten Blockanlage wurde der Höhenzuwachs von 4 Pappelklonen untersucht. Die Mittelwerte der einzelnen Probeflächen nach Blöcken und Klonen ergab sich wie folgt:

Klon

Block	A	B	C	D
1	18	14	12	16
2	15	15	16	13
3	16	15	8	15
4	14	12	10	12
5	12	14	9	14

Daraus ergibt sich die folgende Varianztabelle, die Sie vervollständigen sollen.

<b>Streuungsursache</b>	<b>FG</b>	<b>SQ</b>	<b>MQ</b>
Block		30,5	
Klone		45,0	
Fehler			
Gesamt	19	121,0	

Formulieren Sie die Nullhypothese zum Test auf Behandlungsunterschiede, führen Sie den entsprechenden F-Test durch und überprüfen Sie die Nullhypothese ( $F_{\text{Tab}} = 3,49$ ).

### Aufgabe 5:

Der in Aufgabe 4 beschriebene Versuch sei statt mit einer Blockanlage mit einer vollständig randomisierten Versuchsanlage durchgeführt worden. Ergänzen Sie die unten stehende Varianztabelle, und führen Sie einen F-Test durch ( $F_{\text{Tab}} = 3,24$ ).

<b>Variationsursache</b>	<b>FG</b>	<b>SQ</b>	<b>MQ</b>	<b>F</b>

Letzte Änderung: 01.03.1999

Kontakt: [Wolfgang Stümer](#)



# Biometrieübung Testate

## Lösung

### Testat I

#### Aufgabe 1:

<b>Datensatz 1:</b> Gewicht von zweiwöchigen Kücken in g	<b>Datensatz 2:</b> Parasitenbefall bei Rehwild (1 = ohne, 2 = leicht, 3 = mittel, 4 = schwer, 5 = letal)
107	4
117	4
96	1
96	5
119	2
	1
	4
	2
Mittelwert: 107	Median: 3
Modus: 96	Modus: 4
Median: 107	Spannweite 1-5
Spannweite: 23	
Varianz: 121.5	
Standardabweichung: 11.0227	
Standardfehler: 4.93	
Variationskoeffizient: 10.30	

#### Aufgabe 2:

$$P(B) = P(A \cap B) + P(A' \cap B) = P(A) * P(B|A) + P(A') * P(B|A') =$$

$$\frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{8} = 0,625$$

#### Aufgabe 3:

Gegebenheit	Poissonverteilung	Binomialverteilung	Normalverteilung
Eintreffen von Unfällen bei der Holzernte	X		
Wieviel Drosophila-Fliegen einer Generation rote Augen haben		X	
Meßfehler bei der Baumhöhenmessung			X
Körpergröße von Studenten des 2. Studienjahres			X
Wieviel Personen bei einer Umfrage den Austritt aus der EU fordern		X	
Verteilung von Sternen am Himmel	X		
Wieviel Personen nach einem Waldspaziergang von einer Zecke befallen werden		X	
Anzahl Zecken pro Waldbesucher	X		

#### Aufgabe 4:

t-Test für gepaarte Daten

Hypothesen:

$$H_0: d = 0$$

$$H_A: d \neq 0$$

Mittlere Differenz zwischen Bremswegen:  $\bar{d} = 2,29$

Standardabweichung:  $s = 3,31$

Standardfehler:  $s_{\bar{d}} = 1,047$

$$t = \frac{\bar{d}}{s_{\bar{d}}} = \frac{2,29}{1,047} = 2,187$$

$$FG = n-1 = 9$$

$$\hat{t}_{0,05(2),9} = 2,26$$

2,26 > 2,18 => **H<sub>0</sub> nicht verwerfen!**

## Aufgabe 5:

Varianzanalyse

Variationsursache	SQ	FG	MQ	F
<b>Gesamt</b>	4354,698	18		
<b>Zwischen den Gruppen</b>	4226,348	3	1408,783	
<b>Innerhalb der Gruppen</b>	128,350	15	8,557	1408,783 / 8,557 = 165

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$$

H<sub>A</sub>: Mittlere Körpergewichte der 4 Futtermitteln sind nicht gleich

$$F_{0,05(1);3;15} = 3,29 \text{ (muß aus Tabelle abgeschätzt werden)}$$

da 3,29 < 165 => **H<sub>0</sub> verwerfen.**

=> multipler Test (z.B. Tukey-Test), zum Aufdecken der Unterschiede zwischen den Gruppen

## Testat II

### Aufgabe 1:

$$\text{Varianz: } s^2 = 25 \text{ cm}^2$$

$$\text{Standardfehler: } s = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Mittelwert: } \bar{x} = 50 \text{ cm}$$

$$n = 100$$

$$\text{Stichprobenfehler: } s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{100}} = 0,5 \text{ cm}$$

$$\text{Variationskoeffizient: } v = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{5}{50} \cdot 100 = 10\%$$

**Vertrauensbereich:**



$$\bar{x} \pm t \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$m = n-1 = 100-1 = 99$  (gegen Unendlich)

Statistische Sicherheit	$\alpha$	$t_{\alpha, m}$
0,95	0,05	1,98 $\approx$ 2,00
0,68	0,32	1,00

95%. - Vertrauensbereich:

$$50\text{cm} \pm 2,00 \cdot \frac{5\text{ cm}}{\sqrt{100}} \quad \text{mit } t = 2$$

$$49\text{cm} \leq \bar{x} \leq 51\text{cm}$$

68% - Vertrauensbereich:

$$50\text{cm} \pm 1,00 \cdot \frac{5\text{ cm}}{\sqrt{100}} \quad \text{mit } t = 1$$

$$49,5\text{cm} \leq \bar{x} \leq 50,5\text{cm}$$

### Aufgabe 2:

	Pappelbestand	Fichtenbestand
$\bar{x}$	4	4
s	0,5	2,0

$$n = \frac{1}{\frac{A^2}{t^2 \cdot s^2} + \frac{1}{N}} + \frac{t^2 s^2}{A^2}$$

A = einseitige Weite des Konfidenzintervalls (Fehler 1% \* Mittelwert 4 = 0,04)

t = 2

$$\text{Pappel: } n = \frac{2^2 \cdot 0,5^2}{0,04^2} = 625$$

$$\text{Fichte: } n = \frac{2^2 \cdot 2^2}{0,04^2} = 10000$$

**Aufgabe 3:**

$d_{0,3\text{cm}}$ (x)	$d_{1,3\text{cm}}$ (y)	$x^2$	$x \cdot y$
34	35	1156	1190
56	59	3136	3304
12	14	144	168
24	26	576	624
23	27	529	621
26	29	676	754
31	33	961	1023
35	36	1225	1260
34	36	1156	1224
32	36	1024	1152
$\Sigma = 307$	$\Sigma = 331$	$\Sigma x^2 = 10583$	$\Sigma xy = 11320$

$$\bar{x} = \frac{307}{10} = 30,7$$

$$\bar{y} = \frac{331}{10} = 33,1$$

$$Q_{xy} = 11320 \cdot \frac{307 \cdot 331}{10} = 1158,3$$

$$Q_x = 10583 \cdot \frac{307^2}{10} = 1158,1$$

$$b = \frac{Q_{xy}}{Q_x} = \frac{1158,3}{1158,1} = 1,0002$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 33,1 - 1,0002 \cdot 30,7 = 2,3947$$

$x_m$	30,7
$y_m$	33,1
$Q_x$	1158,1
$Q_{xy}$	1158,3
$b_{yx} = Q_{xy}/Q_x$	1,0002
$a$	2,3947

$$y_i = 2,3947 + 1,0002 \cdot x_i$$

#### Aufgabe 4:

Block	A	B	C	D
1	18	14	12	16
2	15	15	16	13
3	16	15	8	15
4	14	12	10	12
5	12	14	9	14

Daraus ergibt sich die folgende Varianztabelle.

Streuungsursache	FG	SQ	MQ
Block	$m-1 = 4$	30,5	7,625
Klone	$k-1 = 3$	45,0	15,000
Fehler	$n-k-m+1 = 12$	45,5	3,792
Gesamt	$n-1 = 19$	121,0	

$n$  = Anzahl Versuchseinheiten

$m$  = Anzahl Blöcke / Wiederholungen

$k$  = Anzahl Behandlung

$$F_{\text{Tab}} = 3,49$$

$$H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D$$

$$\hat{F} = \frac{15,0}{3,792} = 3,956$$

Da  $F_{\text{berechnet}} > F_{\text{Tabelle}}$  wird  $H_0$  verworfen.

### Aufgabe 5:

Streuungsursache	FG	SQ	MQ
Klone	$k-1 = 3$	45,0	15,000
Fehler	$n-k = 16$	76,0	4,750
Gesamt	$n-1 = 19$	121,0	

$n$  = Anzahl Versuchseinheiten

$k$  = Anzahl Behandlungen

$$F_{\text{Tab}} = 3,49$$

$$H_0: \mu_A = \mu_B = \mu_C = \mu_D$$

$$\hat{F} = \frac{15,0}{4,75} = 3,158$$

Da  $F_{\text{berechnet}} < F_{\text{Tabelle}}$  wird  $H_0$  **nicht** verworfen.

Letzte Änderung: 24.09.1999

Kontakt: [Wolfgang Stümer](#)

